



RISORSE DIDATTICHE.



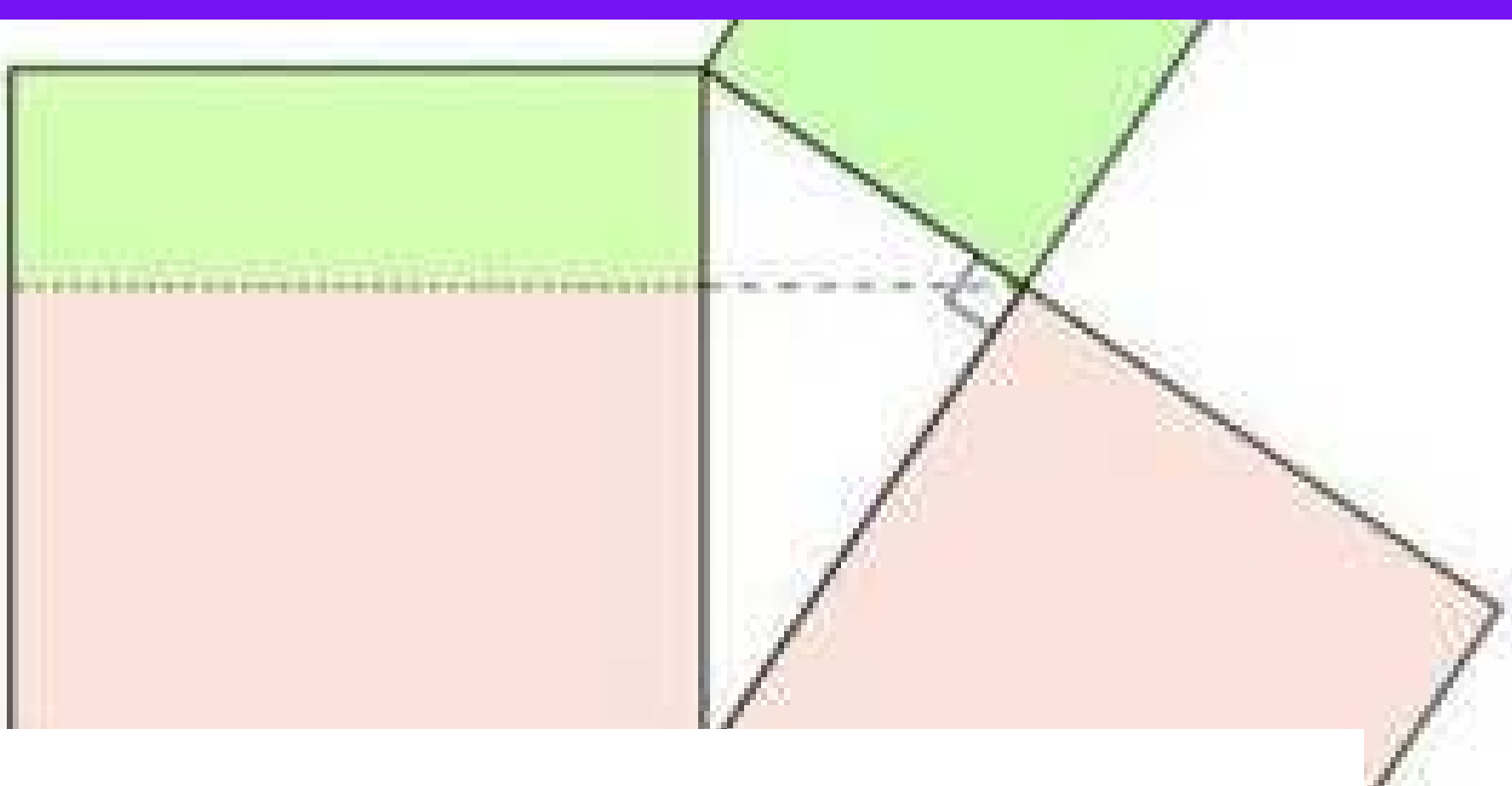
ResearchGate Project By ... 0000-0001-5086-7401 & [lnkd.in/erZ48tm](https://www.linkedin.com/in/erZ48tm)



.....



.....



I triangoli congruenti: i tre criteri di congruenza



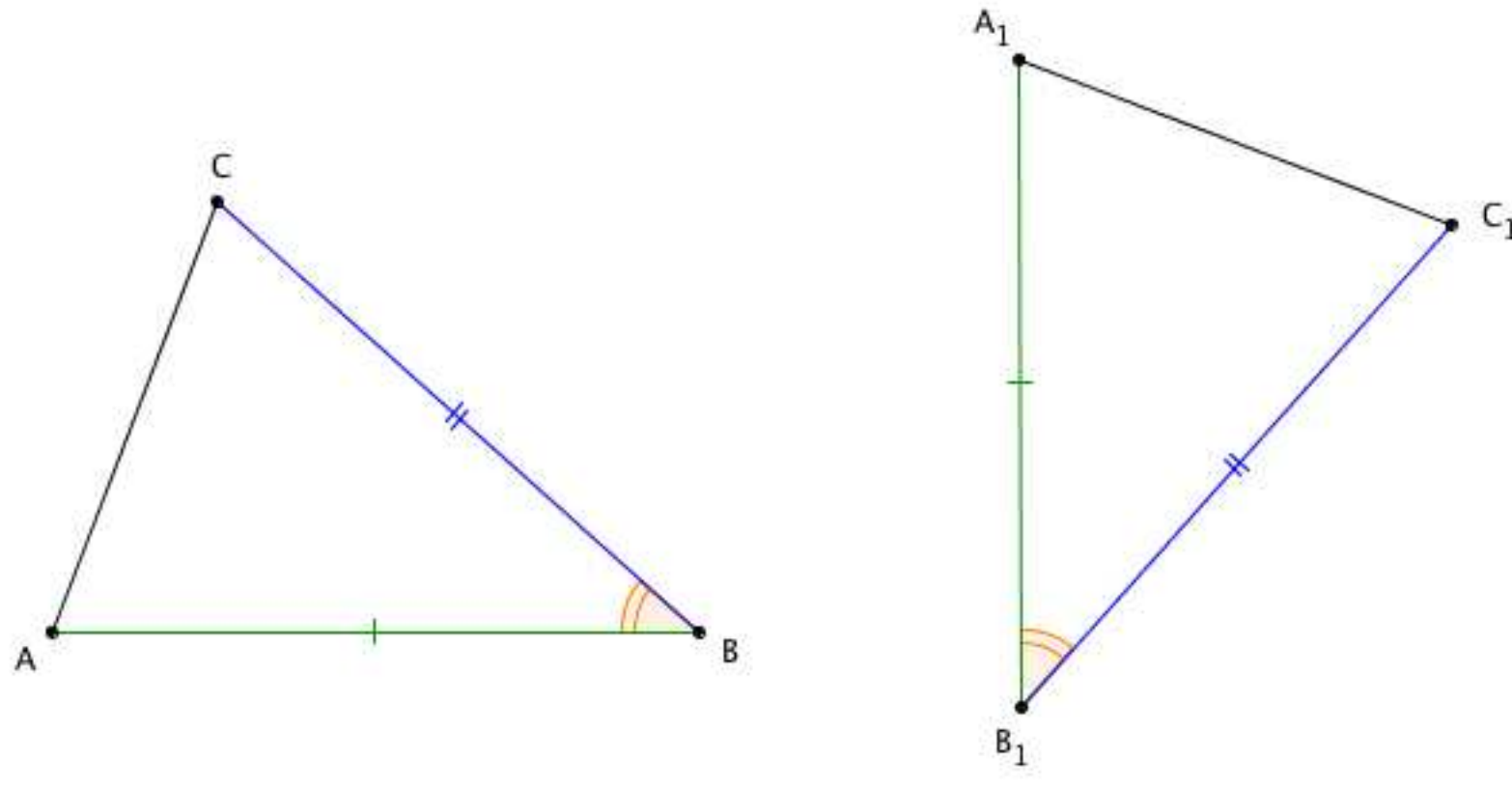
Come si fa a capire se due **triangoli** sono congruenti? Un metodo può essere quello di controllare che tutti gli angoli e tutti i lati di un triangolo siano congruenti a ciascun altro lato e angolo dell'altro: di certo questo procedimento funziona, ma non è per niente rapido, e spesso poco fattibile (non sempre si hanno a disposizione tutte le informazioni necessarie).



3'

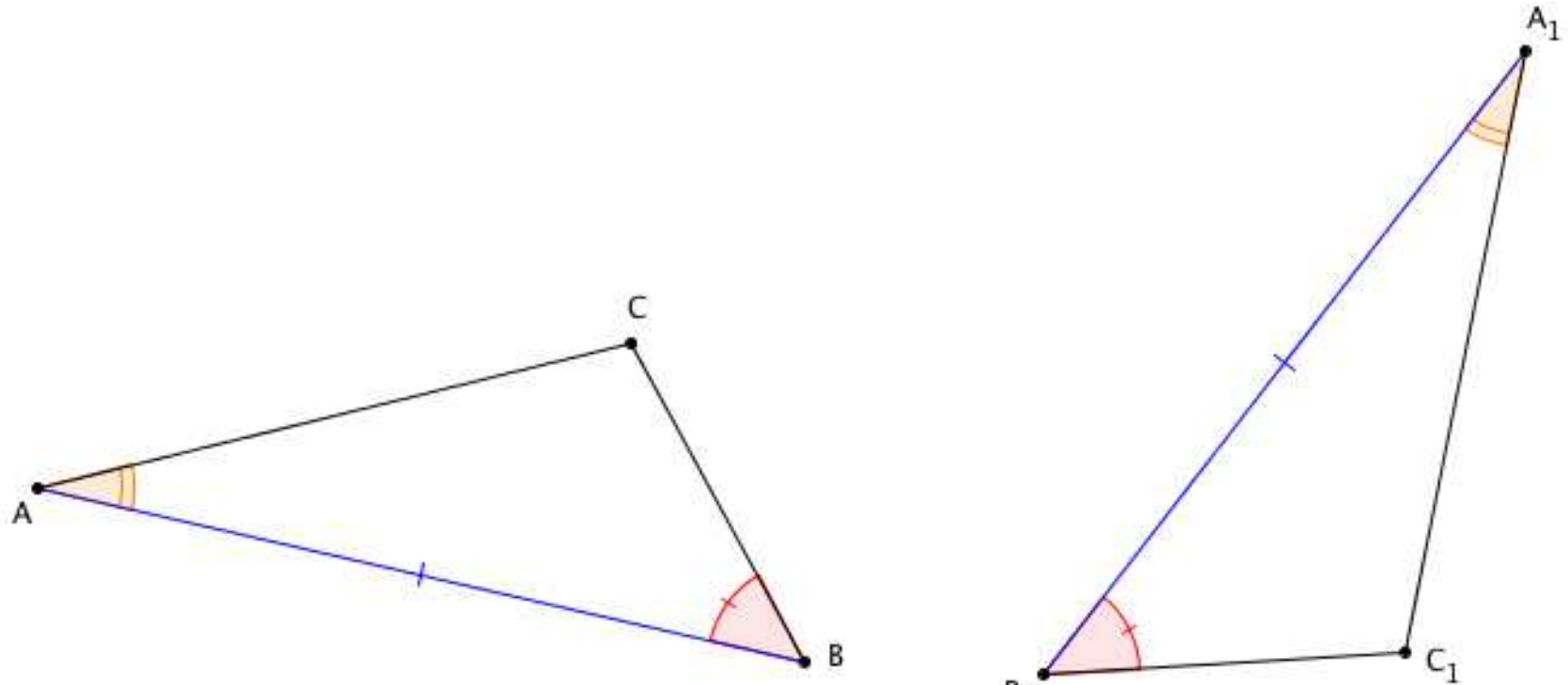
Per risolvere questo problema sono stati introdotti i cosiddetti **criteri di congruenza per i triangoli**, con i quali è possibile capire - a partire da (relativamente) poche informazioni - se due triangoli sono congruenti. Ciascun criterio, quindi è una **condizione sufficiente** per stabilire se due triangoli sono congruenti.

TEOREMA (Primo criterio di congruenza): Se due triangoli hanno rispettivamente congruenti due lati e l'angolo tra essi compreso, allora sono congruenti.



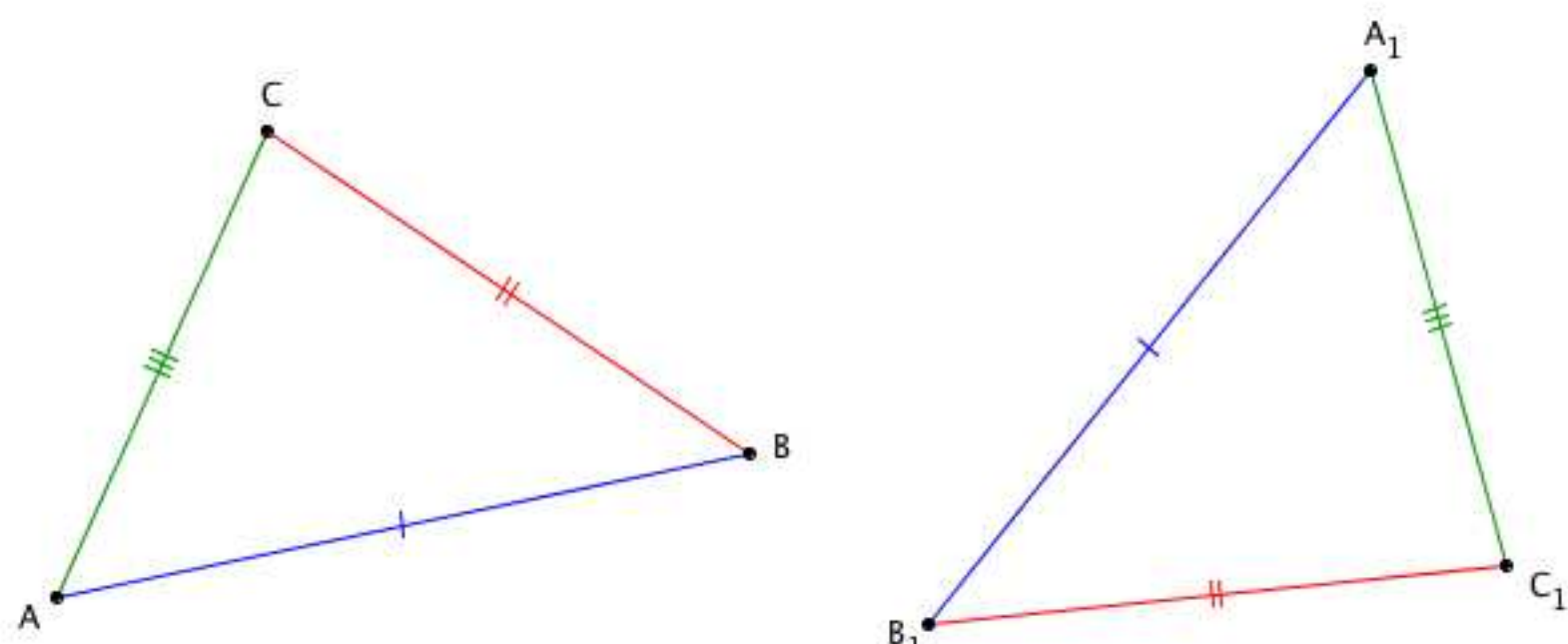
ABC e A₁B₁C₁ sono congruenti per il primo criterio.

TEOREMA (Secondo criterio di congruenza): Se due triangoli hanno rispettivamente congruenti due angoli e il lato tra essi compreso, allora sono congruenti.



ABC e A₁B₁C₁ sono congruenti per il secondo criterio.

TEOREMA (Terzo criterio di congruenza): Se due triangoli hanno rispettivamente congruenti tutti e tre i lati, allora sono congruenti.

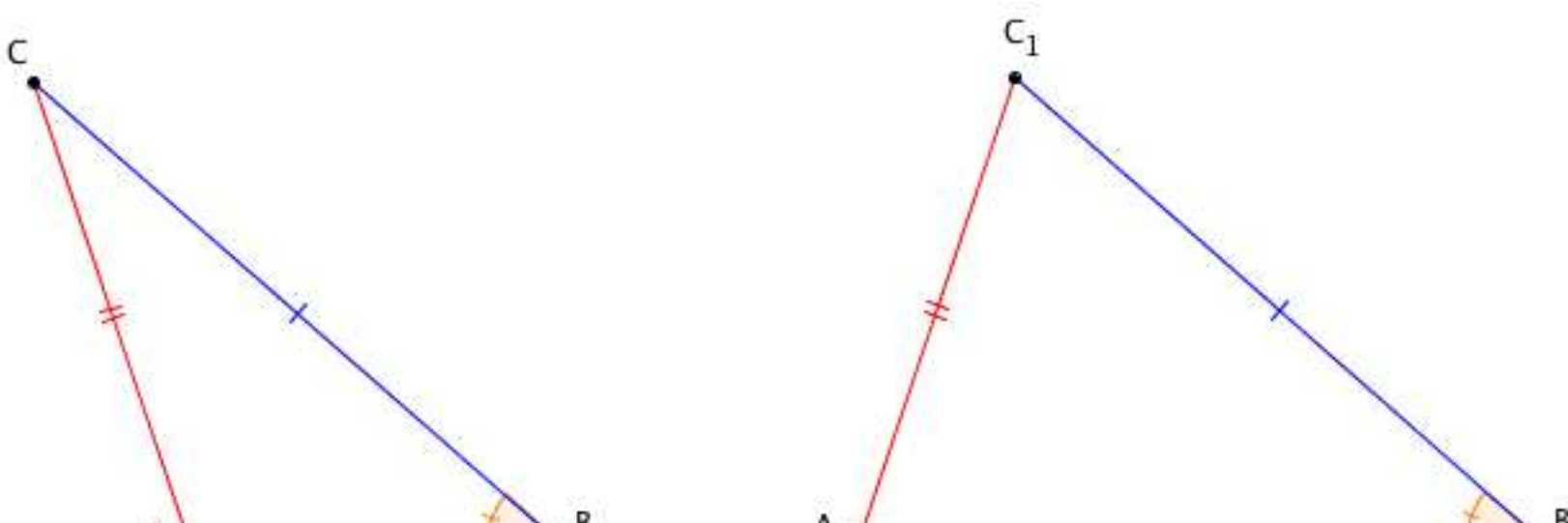


ABC e A₁B₁C₁ sono congruenti per il terzo criterio.

Come si può notare, nel primo criterio si specifica che l'angolo congruente deve essere **compreso** tra i due lati rispettivamente congruenti. In modo analogo nel secondo criterio si specifica che il lato congruente deve essere **compreso** tra i due angoli rispettivamente congruenti. Sono davvero necessarie queste richieste? In altre parole ci chiediamo:

- 1. se due triangoli hanno due lati e un *qualsiasi* angolo rispettivamente congruenti, allora sono congruenti?
- 2. se due triangoli hanno due angoli e un *qualsiasi* lato rispettivamente congruenti, allora sono congruenti?

La risposta alla prima domanda è, in generale, **NO**. Infatti vediamo nel prossimo disegno che i due triangoli dati hanno le caratteristiche richieste, ma non sono congruenti:



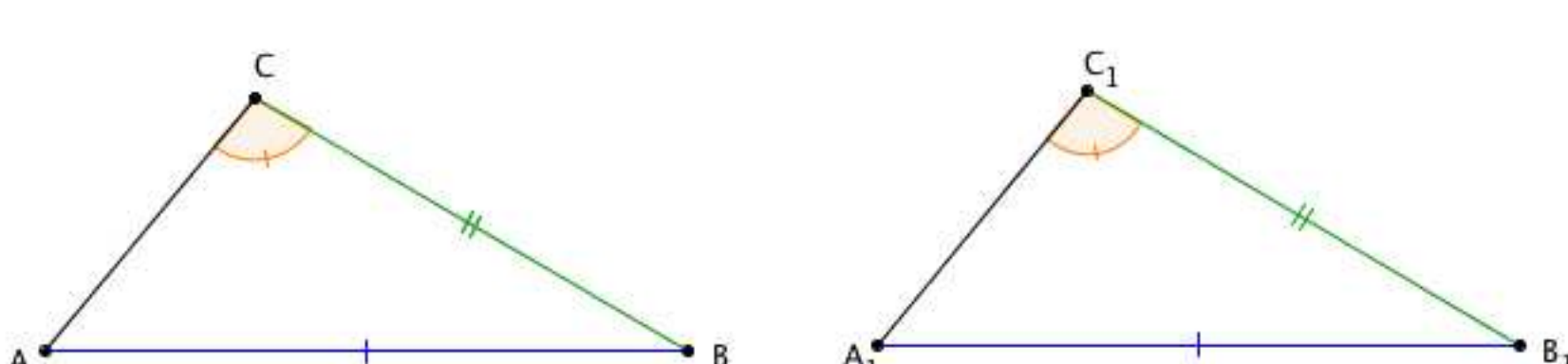
ABC e A₁B₁C₁ non sono congruenti, nonostante abbiano due lati e un angolo rispettivamente congruenti.

Si può dimostrare però il seguente risultato:

TEOREMA (Primo criterio di congruenza "speciale"): Se due triangoli hanno rispettivamente congruenti due lati e un angolo, e

- l'angolo è compreso tra i lati, oppure
- l'angolo non è compreso tra i lati ma **non è acuto**,

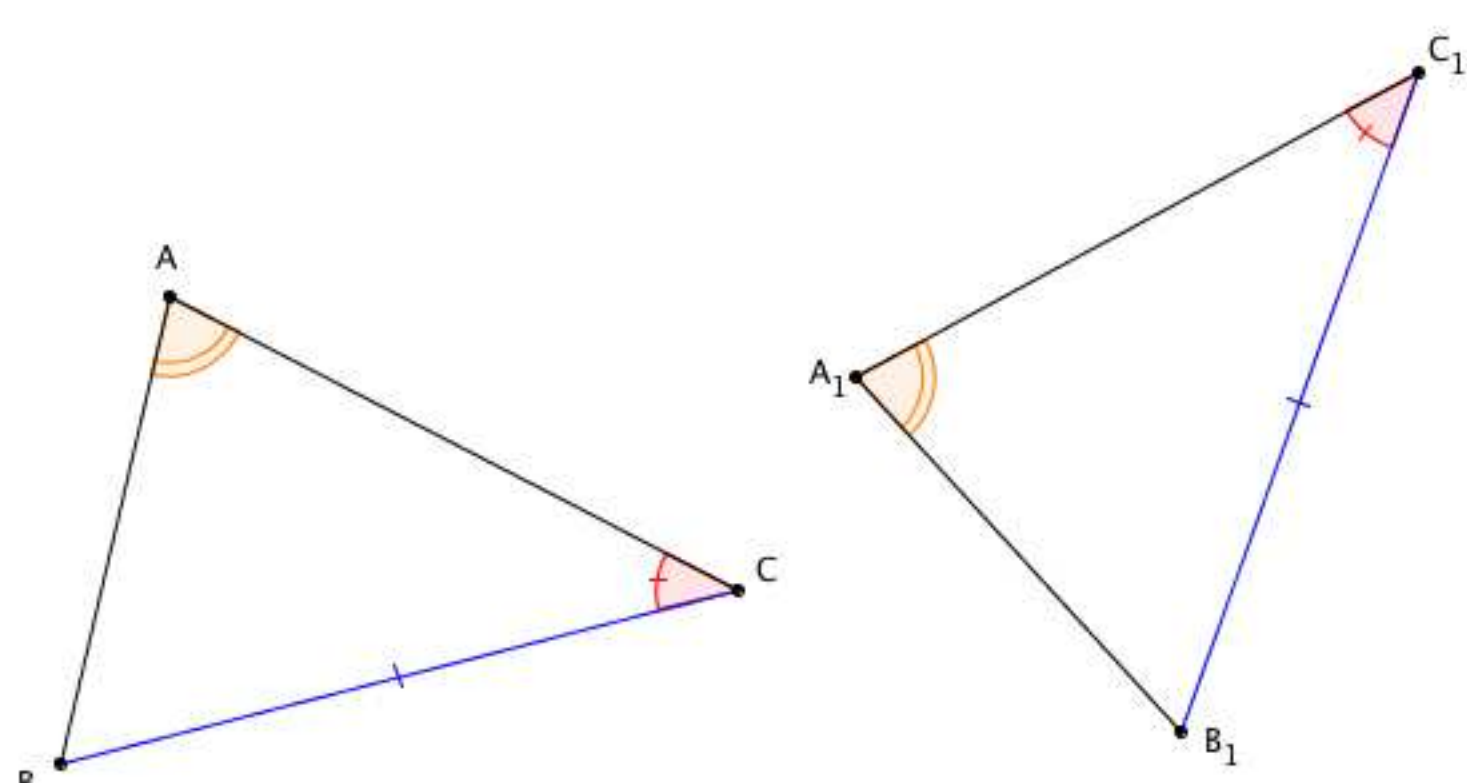
allora essi sono congruenti.



ABC e A₁B₁C₁ sono congruenti perché hanno due lati e un angolo ottuso rispettivamente congruenti.

La risposta alla seconda domanda, invece, è **SÌ**. Infatti vale il seguente risultato:

TEOREMA (Secondo criterio generalizzato): Se due triangoli hanno rispettivamente congruenti due angoli e un lato, allora sono congruenti.



ABC e A₁B₁C₁ sono congruenti per il secondo criterio generalizzato.

Conclusione

Possiamo riassumere la situazione in questo modo: due triangoli sono congruenti se hanno congruenti rispettivamente:

- due lati e un angolo qualsiasi non acuto;
- due lati e l'angolo tra essi compreso;
- due angoli e un lato qualsiasi;
- tre lati.

Revisione scientifica a cura di **Marco Guglielmino**

VAI ALLA PROSSIMA LEZIONE 10

Domande

Se nelle ipotesi del 1° criterio di congruenza l'angolo congruente non fosse compreso tra i lati, il criterio sarebbe ancora valido? Verifica se conoscendo due lati e un angolo non compreso tra loro, riesci a costruire un unico triangolo.

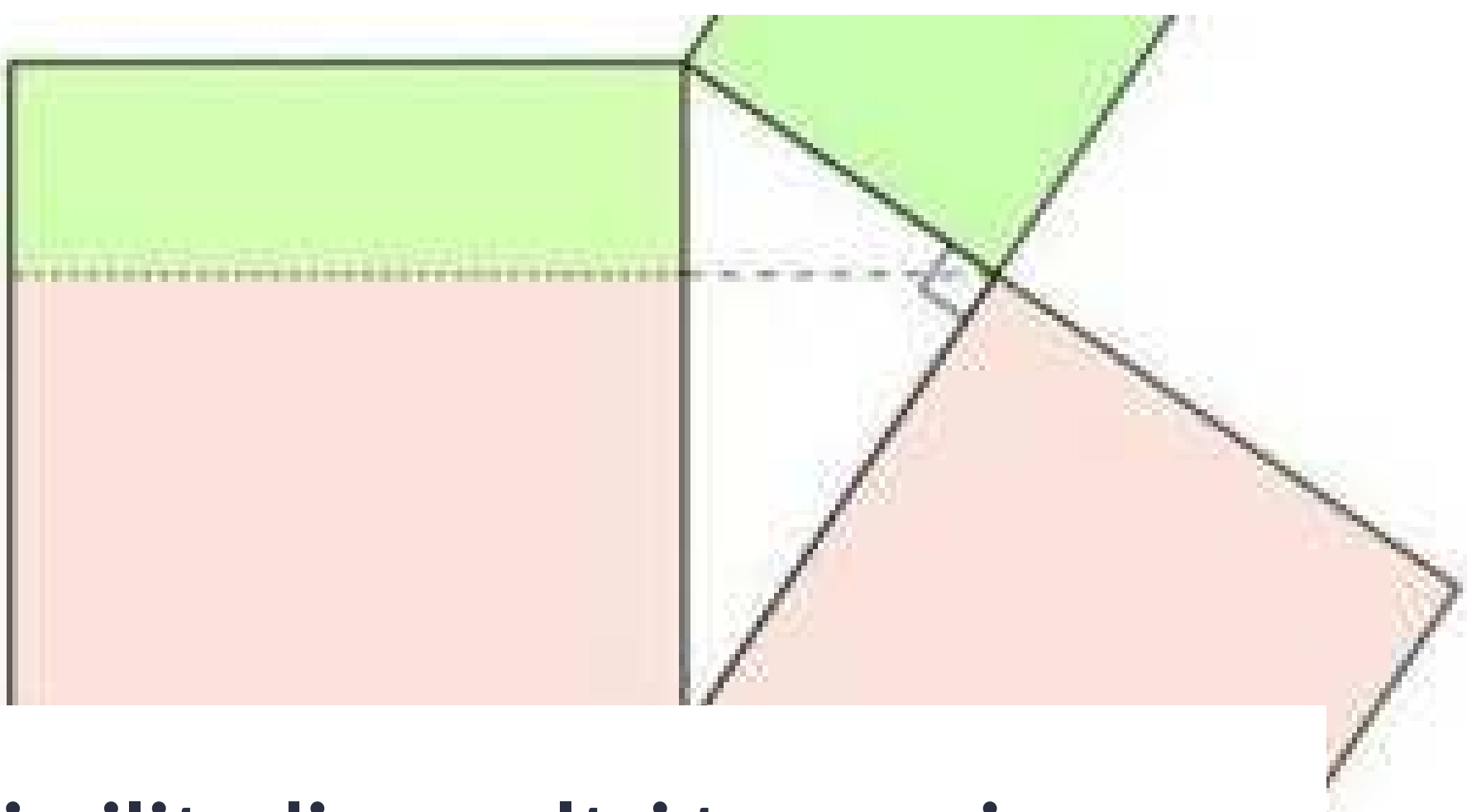
0 RISPOSTE

VAI ALLA DOMANDA 2

Come faccio a dimostrare il secondo criterio di congruenza?

0 RISPOSTE

VAI ALLA DOMANDA 2



I triangoli simili: criteri di similitudine e altri teoremi



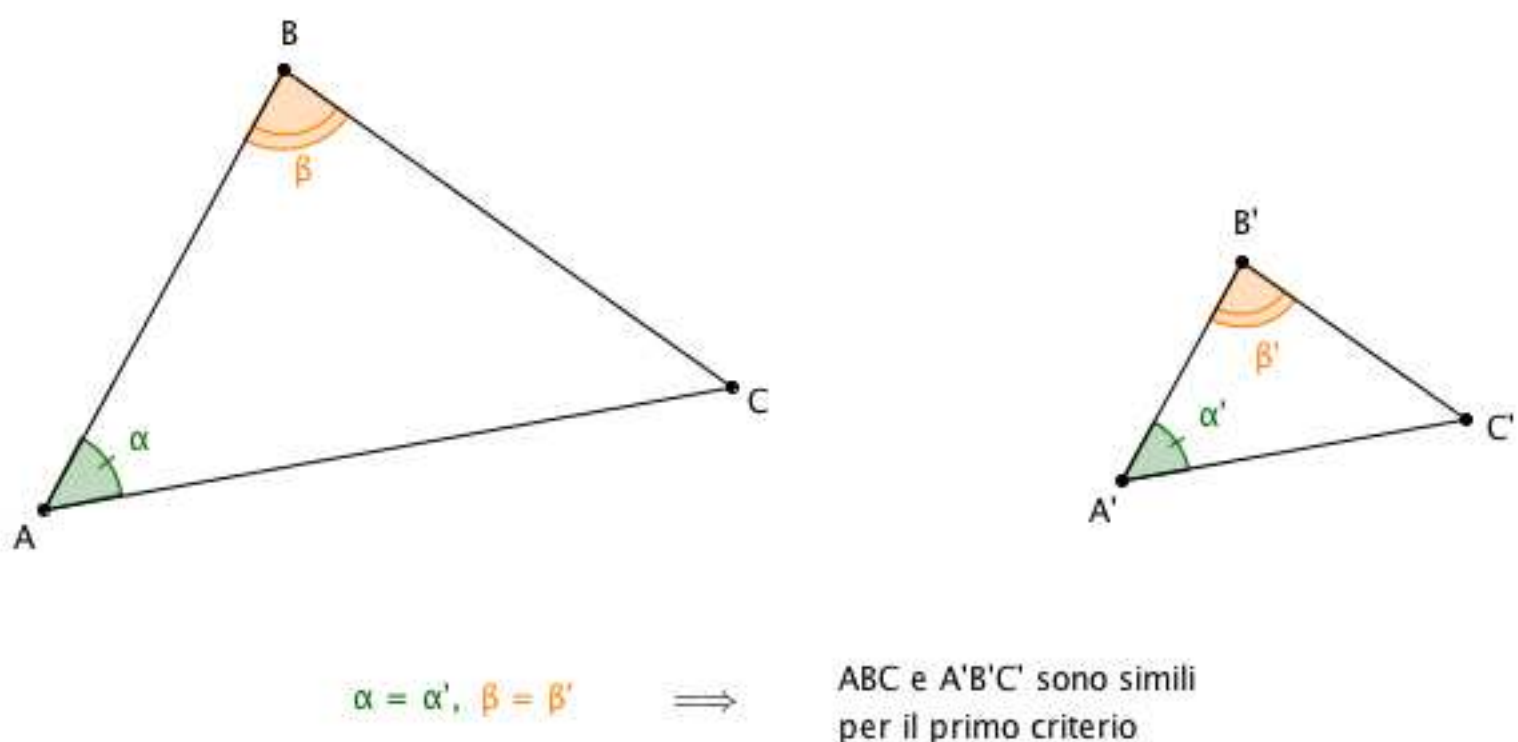
Nello studio dei **poligoni simili**, si vede come lo studio dei triangoli abbia particolare importanza. Infatti, in generale, due poligoni sono simili se i **triangoli** che lo compongono lo sono. Per questo motivo risulta fondamentale trovare un metodo per stabilire facilmente se due triangoli sono simili, o se non lo sono.

 **Testo su Geometria euclidea**

Relatori



TEOREMA (*primo criterio di similitudine tra triangoli*): Due triangoli sono simili se hanno rispettivamente due **angoli** congruenti.

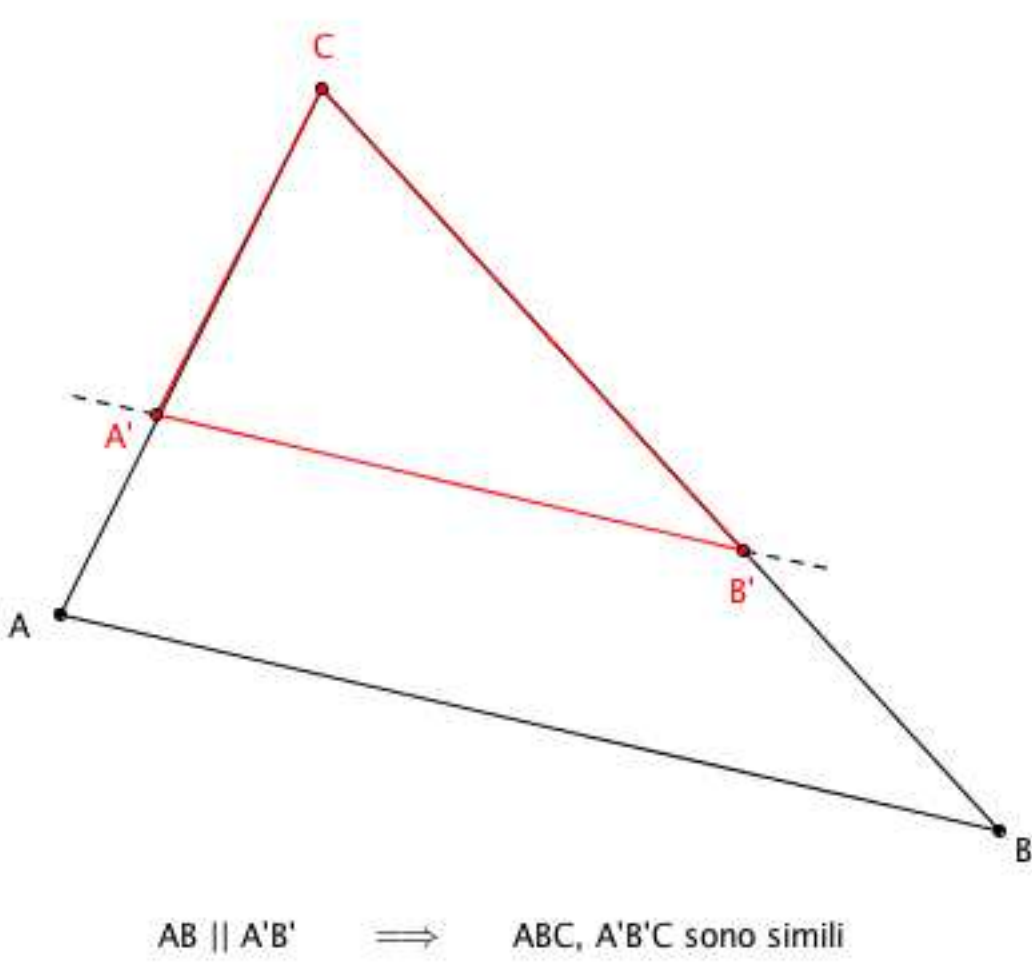


Il triangolo è l'unico poligono per il quale è possibile ricavare un criterio di similitudine che prenda in considerazione solamente gli angoli. Appena prendiamo due quadrilateri - per esempio, due **rettangoli** - ci rendiamo conto che gli angoli di entrambi i poligoni sono addirittura tutti congruenti fra loro, ma non possiamo dire che i rettangoli sono simili, come si vede nella figura seguente.



Possiamo elencare numerose conseguenze del primo criterio di similitudine; per esempio, tra i risultati più utili per risolvere gli esercizi c'è il seguente teorema.

TEOREMA: In un triangolo, consideriamo un suo lato e una **retta parallela** a esso, che interseca gli altri due lati. Prendiamo i punti di intersezione così determinati e il vertice del triangolo opposto al lato preso in considerazione. Questi punti sono i vertici di un triangolo simile al triangolo dato.

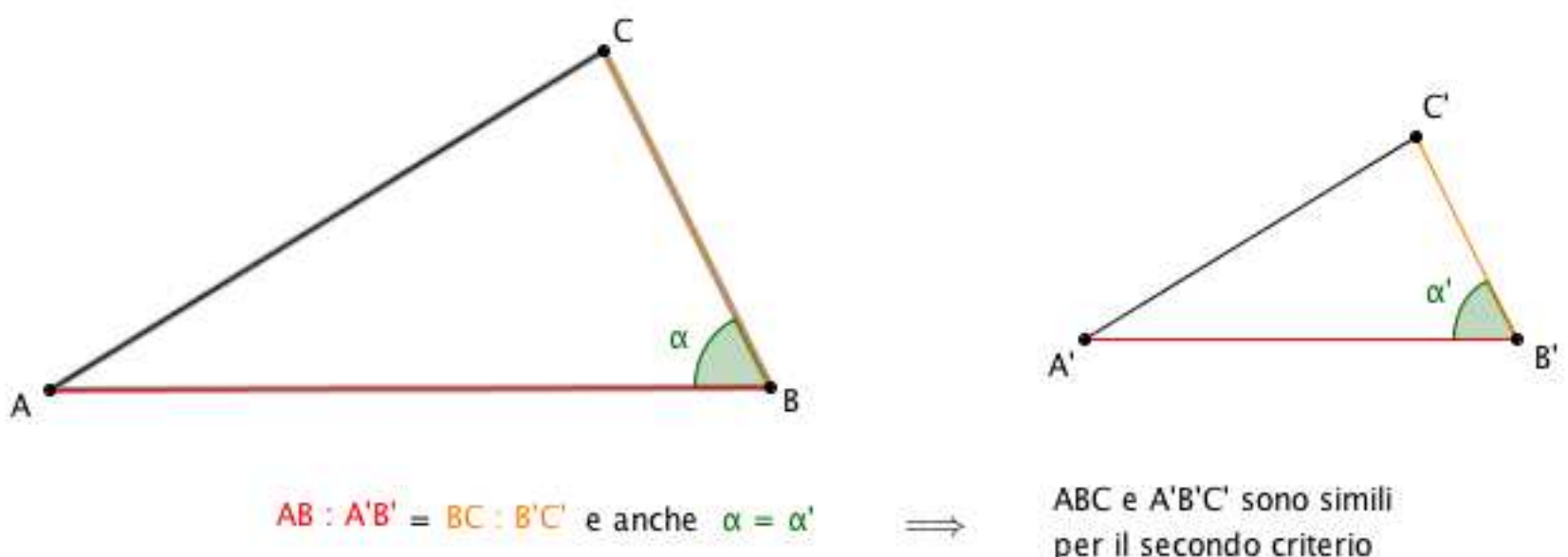


Elenchiamo altri risultati utili, che sono semplici conseguenze del primo criterio di similitudine.

- Tutti i **triangoli equilateri** sono simili tra loro (discende dalle proprietà di similitudine dei poligoni regolari).
- Due **triangoli isosceli** sono simili se hanno congruenti gli angoli al vertice, o gli angoli alla base.
- Due **triangoli rettangoli** sono simili se hanno un angolo acuto rispettivamente congruente.

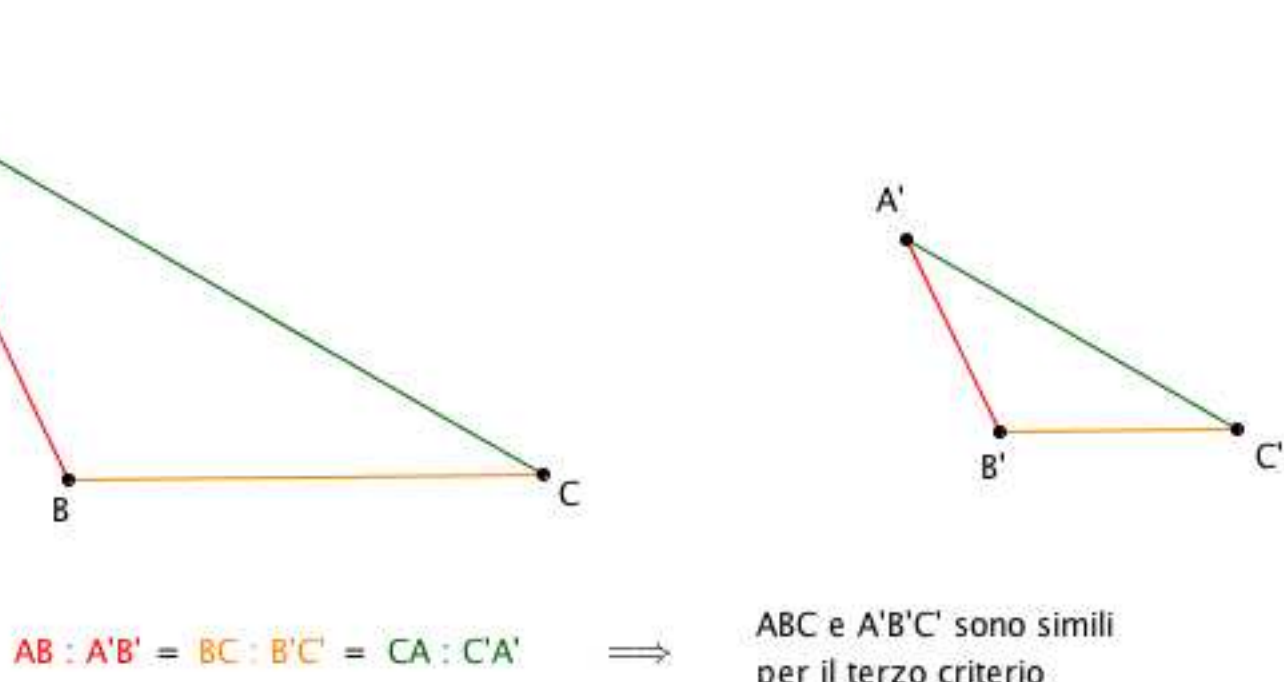
TEOREMA (*secondo criterio di similitudine tra triangoli*): Due triangoli sono simili se:

- due lati del primo triangolo sono proporzionali ad altri due lati del secondo, con lo stesso rapporto;
- l'angolo compreso tra i due lati del primo triangolo è congruente all'angolo compreso tra i due lati dell'altro triangolo.

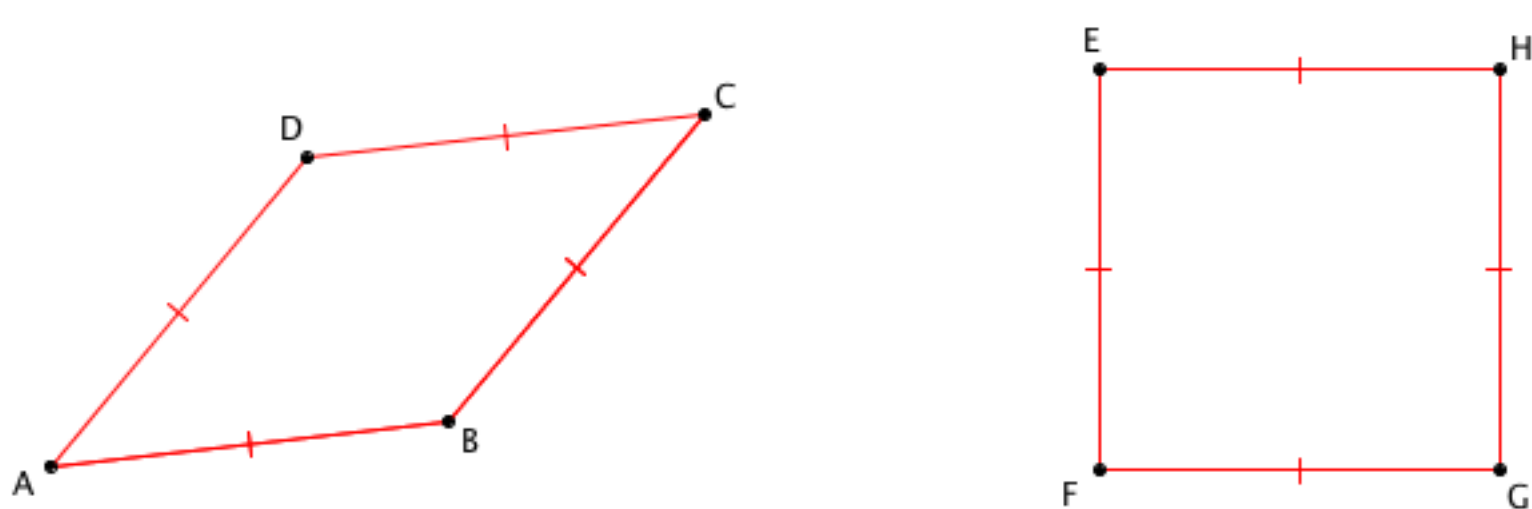


Come conseguenza notevole di questo criterio, si ha che *due triangoli rettangoli sono simili se i cateti del primo sono proporzionali ai cateti dell'altro*. Infatti l'angolo compreso tra i cateti è sempre retto, in qualsiasi triangolo rettangolo.

TEOREMA (*terzo criterio di similitudine tra triangoli*): Due triangoli sono simili se hanno i tre lati rispettivamente proporzionali.

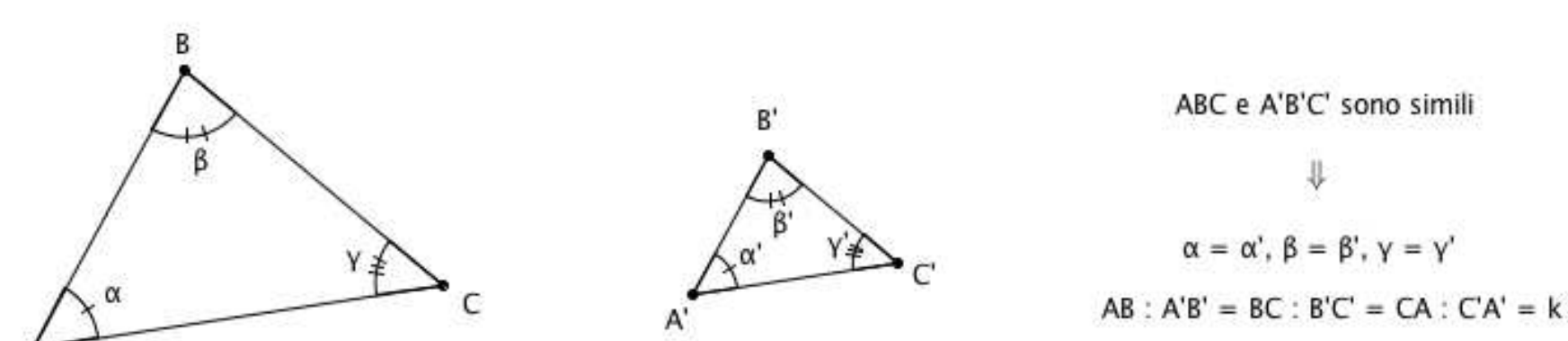


Notiamo che il triangolo è l'unico poligono per il quale è possibile ottenere un criterio di similitudine che prenda in considerazione solamente i lati. Per esempio, prendiamo in considerazione un **rombo** e un quadrato, tali per cui la misura del lato del **rombo** sia uguale alla misura del lato del quadrato.



Si ha che $AB : EF = BC : FG = CD : GH = DA : HE = 1$, ma chiaramente i due poligoni non sono simili.

Prendiamo ora due triangoli simili. Così come per una qualsiasi coppia di poligoni simili, possiamo determinare il rapporto di similitudine tra essi, che indichiamo con k .



Qual è il ruolo che k ha nel determinare le grandezze di un triangolo, a partire da quelle dell'altro?

Abbiamo le seguenti proprietà.

- Il rapporto tra le altezze di ABC e $A'B'C'$ rispetto a basi omologhe è lo stesso che c'è tra le rispettive basi, cioè è pari a k .
- Il rapporto tra i perimetri di ABC e $A'B'C'$ è uguale a k .
- Il rapporto tra le aree di ABC e $A'B'C'$ è uguale a k^2 .

*Revisione scientifica a cura di **Marco Guglielmino***

[VAI ALLA PROSSIMA LEZIONE](#) 22

WESCHOOL

Seguici su  

Letteratura Italiana

- Duecento
- Trecento
- Rinascimento
- Seicento
- Settecento
- Ottocento
- Novecento

Chimica

Lingua Inglese

Musica

Matematica

- Algebra
- Geometria
- Trigonometria
- Esponenziali e logaritmi
- Funzioni - Analisi
- Probabilità e statistica

Storia

Scienze della Terra

Filosofia

Biologia

- Ecologia
- Genetica e biologia molecolare
- Biotecnologie
- Biologia vegetale
- Biologia animale
- Biologia umana
- Fisiologia cellulare

Fisica

Arti & Tecniche

Glossario



Siamo fieri di condividere tutti i contenuti di questo sito, eccetto dove diversamente specificato, sotto licenza [Creative Commons BY-NC-ND 2.5](#)