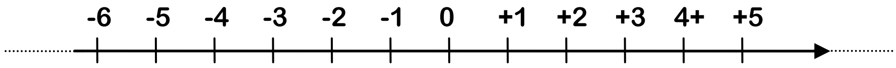
APPUNTI SUI NUMERI RELATIVI

- I **numeri interi relativi** sono i numeri interi preceduti dal simbolo + (numeri **positivi**) o dal simbolo – (numeri **negativi**) e dal numero 0 che non ha segno e non è ne positivo né negativo. Sono quindi numeri relativi: … -3, -2, -1, 0, +1, +2, +3, …
- L'insieme di tutti i numeri relativi si indica con il simbolo $\mathbb{Z}$.
- I numeri relativi si possono rappresentare su una retta orientata nel seguente modo:



- **Valore assoluto** di un numero relativo è il numero stesso senza segno, si indica racchiudendo il numero tra due righe verticali: $|+7|=7$; $|-22|=22$; $|0|=0$
- Due numeri relativi **concordi** hanno lo stesso segno (-3 e -4 sono concordi; +3 e +2 sono concordi), mentre due numeri relativi **discordi** hanno segno diverso (-2 e +5 sono discordi).
- Due numeri relativi discordi aventi lo stesso valore assoluto si dicono **opposti** (+7 e -7).
- **Ordinamento**: tra i numeri relativi esiste la seguente relazione d'ordine:
  zero è maggiore di ogni numero negativo e minore di ogni numero positivo: 0>-10; 0<+10;
  ogni numero positivo è maggiore di ogni numero negativo: +10>-100;
  tra due numeri positivi è maggiore quello che ha valore assoluto maggiore: +100>+79;
  tra due numeri negativi è maggiore quello che ha il valore assoluto minore: -100<-79.
- La **somma di due numeri relativi concordi** è un numero relativo che ha per segno lo stesso segno degli addendi e per valore assoluto la somma dei valori assoluti:
  (+7)+(+2)=+9 somma dei valori assoluti e segno concorde con quelli dati
  (-4)+(-3)=-7
- La **somma di due numeri relativi discordi** è un numero relativo che ha lo stesso segno dell'addendo maggiore in valore assoluto e per valore assoluto la differenza dei valori assoluti:
  (+9)+(-14)=-5 differenza dei valori assoluti e segno del maggiore in valore assoluto
  (-7)+(+11)=+4
- La somma di due numeri relativi **opposti** è uguale a zero: (+5)+(-5)=0
- La **differenza di due numeri relativi** si ottiene sommando il primo con l'opposto del secondo
  (+3)-(+8)=(+3)+(-8)=-5
  (-2)-(-5)=(-2)+(+5)=+3
- Il **prodotto di due numeri relativi** è un numero relativo che ha come valore assoluto il prodotto dei valori assoluti e segno positivo se i due numeri sono concordi, segno negativo se i due numeri sono discordi:
  (+6)×(+3)=+18 prodotto di numeri concordi: segno + e prodotto dei valori assoluti
  (-3) ×(-7)=+21
  (-4)×(+8)=-32 prodotto di numeri discordi: segno – e prodotto dei valori assoluti
  (+6) ×(-2)=-12
- Il **quoziente di due numeri relativi** è un numero che ha per valore assoluto il quoziente dei valori assoluti e segno positivo se i due numeri sono concordi, segno negativo se i due numeri sono discordi:
  (+40):(-8)=-5 segno – perché sono discordi
  (-36):(-4)=+9 segno + perché sono concordi
- La **potenza** di un numero relativo avente **la base positiva** è sempre positiva, sia che l'esponente sia pari sia che l'esponente sia dispari:
  $(+2)^3=+8$ se la base è positiva la potenza è positiva
  $(+5)^4=+625$
- La **potenza** di un numero relativo avente **la base negativa** è positiva se l'esponente è pari, è negativa se l'esponente è dispari:
  $(-2)^3=-8$ base negativa e potenza dispari il risultato è negativo
  $(-3)^4=+81$ base negativa e potenza pari il risultato è positivo.
- La potenza con esponente 0 dà sempre +1:
  $(-1)^0=+1$
  $(-10)^0=+1$

APPUNTI SUL CALCOLO LETTERALE

Monomi

- Un'**espressione algebrica letterale** è un insieme di numeri e lettere legati tra loro da segni di operazione;
- Un **monomio** è un'espressione letterale in cui i numeri e le lettere sono legati tra loro solamente dall'operazione di moltiplicazione. Per esempio $-3a^4b$ è un monomio, il numero -3 prende il nome di **coefficiente** mentre la parte restante a^4b si chiama **parte letterale**;
- Il **segno** di un monomio è il segno del suo coefficiente numerico, se non ha nessun coefficiente si sottintende il coefficiente +1, se il monomio è preceduto dal segno "-" si deve sottintendere il numero -1.
  Per esempio i monomi $+x^2y^3$ e a^2b hanno come coefficiente +1; il monomio $-abc^4$ ha coefficiente numerico -1.
- Il **grado di un monomio rispetto a un lettera** è l'esponente con cui questa è presente nel monomio. Il **grado complessivo o totale** di un monomio è la somma degli esponenti delle varie lettere che in esso compaiono.
  Per esempio $+x^2y^3$ è di grado due rispetto alla x, di grado tre rispetto alla y, il grado complessivo è cinque. Il monomio $-3a^4b$ ha grado complessivo 5 perché a ha grado 4 e b ha grado 1.
- Due monomi si dicono **simili** se hanno la stessa parte letterale, cioè le stesse lettere con gli stessi esponenti a meno dell'ordine con cui compaiono le lettere. Due monomi si dicono **opposti** se sono simili e hanno coefficienti opposti. Due monomi si dicono **uguali** se sono simili e hanno lo stesso coefficiente.

$+6b^3a^2$	$-3a^2b^3$	sono simili
$+4x^5y^2$	$-4x^5y^2$	sono opposti
$-3b$	$-3b$	sono uguali

Operazioni con i monomi

- L'**addizione algebrica** di due monomi si può effettuare solo tra **monomi simili**, il risultato è un monomio simile agli addendi avente per coefficiente la somma algebrica dei coefficienti. Se i monomi non sono simili non è possibile effettuare l'addizione e l'operazione si lascia indicata.
  $-3x^3y^2z+5x^3y^2z = (-3+5)x^3y^2z = +2x^3y^2z$
  $+4xy+4x^2y$ rimane indicata
- La **moltiplicazione** di due o più monomi si può sempre effettuare, il prodotto è un monomio che ha per coefficiente il prodotto dei coefficienti e per parte letterale tutte le lettere presenti nei vari monomi, ciascuna scritta una sola volta, con esponente uguale alla somma degli esponenti della stessa lettera.
  $+3ab^3\times(-2ab^2) = -6a^2b^5$
- La **divisione** di due monomi, con il secondo non nullo, ha come quoziente un monomio avente per coefficiente il quoziente dei coefficienti e per parte letterale tutte le lettere presenti nel dividendo, ciascuna scritta una sola volta, con esponente uguale alla differenza fra gli esponenti della stessa lettera.
  $+72x^3y^4z^5 : (+8x^3y^3) = (+72):(+8)x^{(3-3)}y^{(4-3)}z^5 = +9x^0y^1z^5 = +9yz^5$.
- La **potenza** di un monomio è un monomio che ha per coefficiente il coefficiente elevato all'esponente della potenza e per parte letterale tutte le lettere aventi per esponente il prodotto tra i loro esponenti e quello della potenza.
  $(-5x^3yz^5)^2 = (-5)^2x^{3\times2}y^{1\times2}z^{5\times2} = +25x^6y^2z^{10}$

Polinomi

- Un **polinomio** è la somma algebrica di più monomi non simili tra loro ($+4x^2+36xy-9y^2+12$). La somma di due monomi prende il nome di **binomio** ($-a+2b$), la somma di tre monomi si dice **trinomio** ($a^2+2ab+b^2$).
- Il **grado complessivo** di un polinomio è il maggiore fra i gradi dei monomi che lo costituiscono; il **grado relativo** rispetto a una lettera è il massimo esponente con cui quella lettera compare.
  $x^3-3x^2y+3xy^3-y^3$ e un polinomio di quarto grado perché $3xy^3$ è un monomio di quarto grado
  $-2ab^3+7a^2b^6c$ è un polinomio di secondo grado rispetto alla lettera *a* e di sesto grado rispetto alla lettera *b*.
- Un **polinomio è ordinato** secondo le potenze decrescenti o crescenti di una lettera se gli esponenti della lettera stessa si succedono in modo decrescente o crescente.
  $+8a^3-12a^2b+6ab^2-b^3$ è ordinato secondo le potenze decrescenti della lettera *a* e crescenti della lettera *b*.
- un **polinomio è omogeneo** se tutti i suoi termini hanno lo stesso grado.
  $+9x^2y^2-4x^3y-6xy^3+5y^4-5x^4$ è un polinomio omogeneo di quarto grado.
- Per **addizionare** due polinomi si scrivono i due polinomi uno di seguito all'altro tutti i monomi e sommando poi i monomi simili.
  $(4ab^3+12b^2-6ab)+(-2b^2-2ab-6+3a) = 4ab^3+12b^2-6ab-2b^2-2ab-6+3a = 4ab^3+10b^2-8ab-6+3a$.
- La **differenza** tra due polinomi si presenta con un segno meno davanti a una parentesi che racchiude un polinomio, per togliere le parentesi è necessario cambiare il segno di tutti i termini racchiusi dalle parentesi e poi procedere sommando i monomi simili.
  $(4ab^3+12b^2-6ab)-(-2b^2-2ab-6+3a) = 4ab^3+12b^2-6ab+2b^2+2ab+6-3a = 4ab^3+14b^2-4ab+6-3a$.
- Per **moltiplicare un polinomio per un monomio** basta moltiplicare ciascun termine del polinomio per il monomio.
  $a(x+y+2x^2)=ax+ay+2ax^2$
- Per **moltiplicare due polinomi** si moltiplica ciascun termine del primo polinomio per tutti i termini del secondo e poi si esegue la somma algebrica tra i monomi simili ottenuti.
  $(a+b+c)\ (x+y) = ax+ay+bx+by+cx+cy$
- Per **moltiplicare tre o più polinomi** si moltiplica il primo polinomio per il secondo, il polinomio ottenuto per il terzo e così via. Dopo ogni prodotto è utile eseguire l'addizione algebrica dei monomi simili.
  $(a+b)(x+y)(m+n)=(ax+ay+bx+by)(m+n)=axm+axn+aym+ayn+bxm+bxn+bym+byn$
- Per **dividere un polinomio per un monomio**, non nullo, si divide ciascun termine del polinomio per il monomio.
  $(4ab^3+12b^2-6ab^2):(-2b^2)=-2ab-6+3a$

Prodotti notevoli

- Il **prodotto della somma di due monomi per la loro differenza** è uguale al quadrato del primo monomio meno il quadrato del secondo.
  $(a+b)(a-b) = a^2-b^2$
- Il **quadrato di un binomio** è uguale al quadrato del primo monomio, più (o meno) il doppio prodotto del primo per il secondo, più il quadrato del secondo.
  $(x+y)^2 = x^2+2xy+y^2$ $(a-2b)^2 = a^2-4ab+4b^2$
- Il **quadrato di un trinomio** è uguale alla somma dei quadrati di tutti i monomi più il doppio prodotto del primo per il secondo più il doppio prodotto del primo per il terzo più il doppio prodotto del secondo per il terzo.
  $(a+b+c)^2 = a^2+b^2+c^2+2ab+2ac+2bc$
- Il **cubo di un binomio** è uguale al cubo del primo monomio più il triplo prodotto del quadrato del primo per il secondo più il triplo prodotto del primo per il quadrato del secondo più il cubo del secondo monomio.
  $(a+b)^3=a^3+3a^2b+3ab^2+b^3$

Calcolo letterale

Cognome e Nome: ______________________________ Classe: _________ Data: __________

1. Sostituendo nell'espressione $-2a^2$ il valore 3 alla lettera a si ottiene

A.-6 B.+6
C.-18 D.-36

2. Il valore numerico del monomio $\frac{1}{2}xy^2$, per x=-2 e y=+3 è

A.-9 B.-6
C.+9 D.-3

3. Il valore numerico del polinomio x^2-2x+3 per x=+1 è

A.0 B.1
C.-1 D.+2

4. Quali delle seguenti affermazioni relative al monomio $-ax^2y$ sono vere

A.Il monomio non ha coefficiente numerico
B.il monomio assume sempre valori negativi
C.Il coefficiente è -1
D.Il monomio è di 4° grado

5. Assegnando al binomio x^2-y^2 i valori $x=\frac{1}{2}; \quad y=-\frac{3}{2}$ si ottiene

A.-4 B.-2
C.-1 D. $\frac{7}{4}$

6. La seguente formula permette di calcolare la base maggiore B di un trapezio qualora si conoscano l'area A, l'altezza h e la base minore b. $B=2\cdot\frac{A}{h}-b$. Calcola la lunghezza della base maggiore quando A=12,3; h=3; b=1,8

A.6,4 B.2,3
C.4,6 D.10

7. Calcola il valore di $\frac{1}{3}\left(2+\frac{3x+1}{4}\right)$ per x=-2

A. $\frac{1}{4}$ B. $\frac{2}{3}$
C. $-\frac{1}{2}$ D. $\frac{5}{12}$

8. Quale delle seguenti espressioni letterali corrisponde alla frase "Tre x più sei"

A.3x+6
B.3(x+6)
C.(3+6)x
D.3+6x

9. Quale delle seguenti espressioni letterali si legge "a al cubo meno due b al quadrato"?

A. a^3-2b
B. a^3-2b^2
C. a^3-b2
D. $\sqrt{a}-2b^2$

10. Associa correttamente le frasi con l'espressione letterale

A.Il quadrato di n	a.n+1
B.Il doppio di n	b. n^2
C.la metà di n	c.2n
D.il successivo di n	d. $\frac{1}{2}n$

11. Associa correttamente

A.Il doppio di x aumentato di 2	a. $\frac{1}{2}x+x$
B.Un terzo di x diminuito di 1	b.2x+2
C.Il quintuplo di x diminuito di 3	c. $\frac{1}{3}x-1$
D.La metà di x aumentata di x stesso	d.5x-3

12. Quali delle seguenti espressioni letterali sono monomi?

A.2xy
B.2x+2y
C.3xa^2
D. $\frac{1}{2}ax$
E. $\frac{1}{2}a+x$
F.2(x+2a)

13. Quali dei seguenti monomi sono simili al monomio $-2ab^2$

A. $-2a^2b$
B. ab^2
C. b^2a
D. $-2a^2b^2$

14. a+a+a+a=

A. 4a
B. a^4
C. a
D. $4a^4$

15. -3x+2x=

A. x
B. -x
C. -5x
D. $-x^2$

16. $x^2+x^2=$

A. x^4
B. x^2
C. $2x^4$
D. $2x^2$

17. $x \cdot x =$

A. x
B. 2x
C. x^2
D. $2x^2$

18. $5a \cdot 3a =$

A. 15a
B. $15a^2$
C. 8a
D. $8a^2$

19. x-x=

A. 0
B. 1
C. x
D. -2x

20. x:x=

A. 0
B. 1
C. x
D. 0x

21. $\frac{1}{4}xy \cdot \left(\frac{3}{4}x^2z\right) =$

A. $3x^2yz$
B. $3x^{3yz}$
C. x^2yz
D. $\frac{3}{16}x^3yz$

22. $6a^3x^2y:(3a^2xy)=$

A. $18a^2+xy$
B. 3axy
C. 2ax
D. non si può eseguire

23. $\left(\frac{1}{2}a^2x^5\right)^3 =$

A. $\frac{1}{8}a^6x^{15}$
B. $\frac{1}{6}a^6x^{15}$
C. $\frac{1}{8}a^5x^8$
D. $\frac{1}{5}a^5x^8$

24. 3a-2x+5a-3x=

A. 3ax
B. 8a-5x
C. ax-2ax
D. 8a+5x

25. 2ax(3a+x)=

A. $6x^2a^2$
B. $8a^2x^2$
C. $6a^2x+2ax^2$
D. 6ax+3ax

26. (a+1)(a+2)=

A. a^2+3a+2
B. $2a^2+3a+3$
C. 2a+3
D. a^2+2a+2

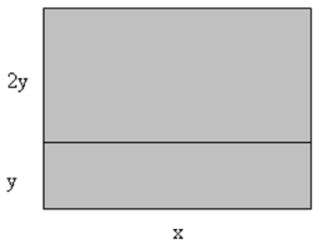
27. $(x+1)^2 =$

A. 2x+2
B. x^2+x+1
C. x^2+1
D. x^2+2x+1

28. $a(x+y) =$

A. ax+y
B. ax+ay
C. axy
D. x+ya

29. Il rettangolo in figura si compone di due rettangoli le cui misure sono riportate nel disegno. Il perimetro e l'area del rettangolo si possono esprimere come

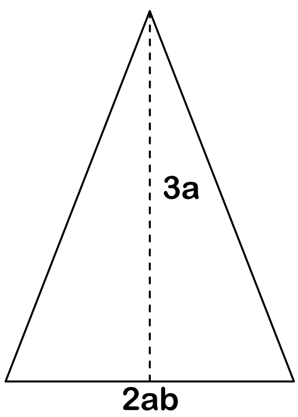


A. $2p=6y+2x$; $A=3yx$
B. $2p=3xy$; $A=2y^2x$
C. $2p=4xy$; $A=2y^2x$
D. $2p=3y+2x$; $A=2yx$

30. Associa correttamente gli sviluppi dei prodotti notevoli

A. $(a+b)^2$	a. a^2-b^2
B. $(a+b)(a-b)$	b. $a^2+2ab+b^2$
C. $(a+1)(a-1)$	c. a^2+3a+2
D. $(a+1)(a+2)$	d. a^2-1

31. Se $a=2$ e $b=3$ qual è l'area del triangolo in figura?



A. 12 B. 36
C. 18 D. 72
E. 24

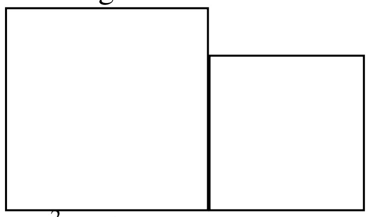
32. Quale delle seguenti espressioni esprime la somma di tre numeri interi consecutivi?

A. $n+3$ B. $3n$
C. $3n+3$ D. n^2+1

33. Quali dei seguenti numeri è sicuramente dispari per ogni n numero naturale?

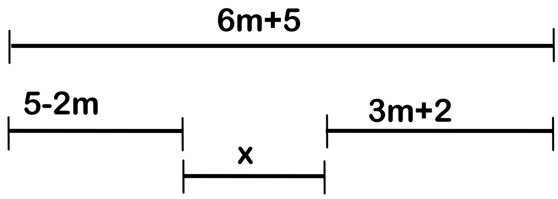
A. $n+1$ B. $2n+1$
C. $3n+1$ D. $3n+2$

34. Se i quadrati del disegno hanno i lati che differiscono di una unità, qual è la somma delle loro aree se il lato del quadrato più grande misura ***n*** unità?



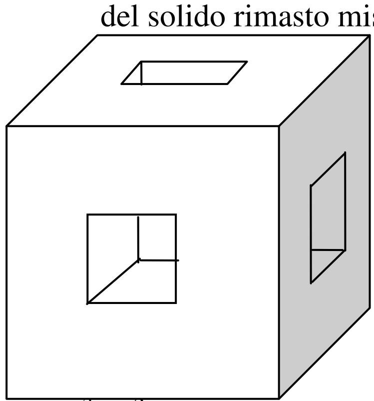
A. n^2+n-1
B. $2n^2-2n+1$
C. $2n^2+2n-1$
D. $4n^2+2n$

35. Qual è l'espressione che corrisponde al segmento di misura x?



A. $3m+3$
B. $5m-1$
C. $5m-2$
D. $7m-3$

36. Il seguente cubo di legno di lato ***3a*** è stato ottenuto perforandolo da parte a parte con fori a sezione quadrata di lato ***a***. Il volume del solido rimasto misura

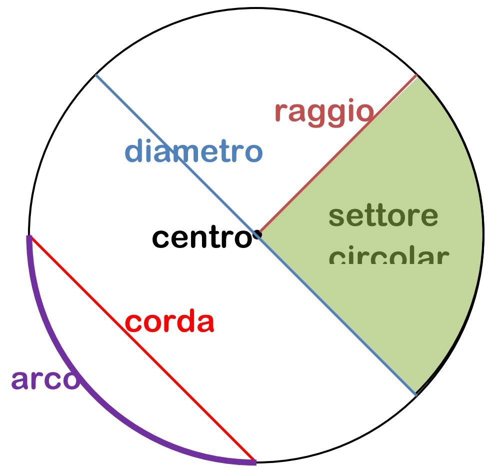


A. $16a^3-6a^2$
B. $16a^3$
C. $27a^3-6a^2-a$
D. $20a^3$

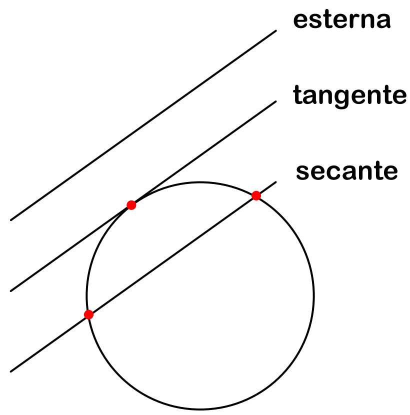
1.RISPOSTA: C
COMMENTO: $-2(-3)^2=-2x(+9)=-18$.
2.RISPOSTA: A
COMMENTO: $(-2)(+3)^2/2=-9$
3.RISPOSTA: D
COMMENTO: $(+1)^2-2(+1)+3=1-2+3=4-2=2$.
4.RISPOSTA: C, D
COMMENTO: Il monomio assume valori sia positivi che negativi, per esempio per a=+1, x=+1, y=+1 assume come valore –(+1)(+1)(+1)=-1; mentre per a=-1, x=+1, y=+1 assume valore –(-1)(+1)(+1)=+1.
Nei monomi il coefficiente 1 si sottintende.
Il monomio è di quarto grado perché si sommano gli esponenti delle lettere, a e y hanno grado 1.
5.RISPOSTA: B
COMMENTO: $\left(\frac{1}{2}\right)^2-\left(-\frac{3}{2}\right)^2=\frac{1}{4}-\frac{9}{4}=-\frac{8}{4}=-2$
6.RISPOSTA: A
COMMENTO:
$$B=2\cdot\frac{A}{h}-b=2\cdot\frac{12,3}{3}-1,8=2\cdot 4,1-1,8=$$
$$=8,2-1,8=6,4$$
7.RISPOSTA: A
COMMENTO:
$$\frac{1}{3}\left(2+\frac{3(-2)+1}{4}\right)=\frac{1}{3}\left(2+\frac{-6+1}{4}\right)=\frac{1}{3}\left(2-\frac{5}{4}\right)=$$
$$=\frac{1}{3}\left(\frac{8-5}{4}\right)=\frac{1}{3}\cdot\frac{3}{4}=\frac{1}{4}$$
8.RISPOSTA: A
9.RISPOSTA: B
10.RISPOSTA: Ab; Bc; Cd; Da
11.RISPOSTA: Ab; Bc; Cd; Da
12.RISPOSTA: A, C, D
COMMENTO: Non sono monomi quelle in cui compare l'addizione.
13. RISPOSTA: B, C
COMMENTO: Due monomi sono simili se hanno la stessa parte letterale con le stesse potenze, al più, per la proprietà commutativa le lettere possono trovarsi scambiate di posto.
14.RISPOSTA A
15.RISPOSTA: B
COMMENTO: -3x+2x=(-3+2)x=-1x=-x
16.RISPOSTA: D
17.RISPOSTA: C
18.RISPOSTA: B
19.RISPOSTA: A
20.RISPOSTA: B
COMMENTO: Dividendo due quantità uguali si ottiene sempre 1.
21.RISPOSTA: D
COMMENTO:
$$\frac{1}{4}xy\cdot\left(\frac{3}{4}x^2z\right)=\frac{1}{4}\cdot\frac{3}{4}x^3yz=\frac{3}{16}x^3yz$$
22.RISPOSTA: C
COMMENTO: 6:3=2; x^2:x=x; y:y=1 che si omette.
23.RISPOSTA: A
COMMENTO: Il coefficiente numerico iniziale 1/2 va elevato al cubo, gli esponenti delle lettere vanno moltiplicati per 3.
24.RISPOSTA: B
COMMENTO: Si sommano tra di loro i monomi con la x e tra di loro i monomi con la a.
25.RISPOSTA: C
COMMENTO: Bisogna moltiplicare 2ax sia per 3a sia per x.
26.RISPOSTA: A
COMMENTO: $(a+1)(a+2)=a^2+2a+a+2=a^2+3a+2$
27.RISPOSTA: D
COMMENTO: Ricordare la regola del quadrato di binomio: $(a+b)^2=a^2+2ab+b^2$.
28.RISPOSTA: B
29.RISPOSTA: A
COMMENTO: Il perimetro si calcola sommando le misure dei lati x+2y+y+x+2y+y=2x+6y. L'area si calcola moltiplicando le misure dei due lati. La base misura x e l'altezza misura 2y+y=3y, quindi A=3yx.
30.RISPOSTA: Ab; Ba; Cd; Dc
31.RISPOSTA:B
COMMENTO: L'area è
$$A=\frac{2ab\cdot 3a}{2}=3a^2b=3\cdot(2)^2\cdot 3=36$$
32.RISPOSTA:C
COMMENTO: Detto n il primo numero si ha n+(n+1)+(n+2)=n+n+1+n+2=3n+3
33.RISPOSTA: B
COMMENTO: 2n è sicuramente un numero pari, 2n+1 è il successivo e quindi è sicuramente dispari.
34.RISPOSTA:B
COMMENTO: L'area del primo quadrato è n^2, l'area del secondo quadrato è $(n-1)^2$, sommando si ottiene $n^2+n^2-2n+1=2n^2-2n+1$
35.RISPOSTA: C
COMMENTO: 6m+5-(5-2m)-(3m+2)=6m+5-5+2m-3m-2=5m-2
36.RISPOSTA: D
COMMENTO: Dal volume del cubo grande $27a^3$, bisogna togliere 6 cubetti di lato a, uno per ciascuna faccia e il cubetto al centro, rimangono $27a^3-7a^3=20a^3$.

APPUNTI SU CIRCONFERENZA E CERCHIO

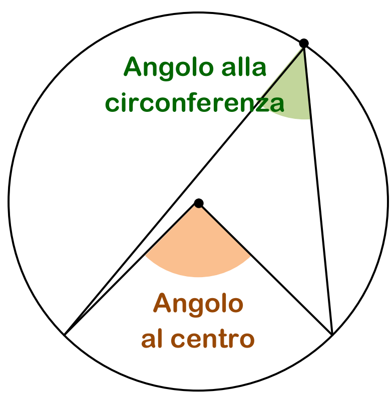
- **Circonferenza** è l'insieme di tutti e soli i punti di un piano equidistanti da un punto fisso detto centro, usualmente indicato con O.



- **Raggio**, indicato di solito con r, è la distanza tra un qualunque punto della circonferenza e il suo centro.
- **Cerchio** è la parte di piano finita delimitata da una circonferenza**,** tutti i punti del cerchio hanno distanza dal centro minore o uguale al raggio.
- **Corda** è un segmento che congiunge due punti qualsiasi della circonferenza.
- **Diametro** è una corda che passa per il centro. Il diametro è la corda di lunghezza massima ed è il doppio del raggio.
- **Arco** è ciascuna delle due parti in cui una circonferenza viene divisa da due suoi punti.
- **Settore circolare** è ognuna della due parti in cui viene diviso un cerchio da due suoi raggi.
- **Segmento circolare ad una base** è ognuna delle due parti in cui un cerchio è diviso da una sua corda; il **segmento circolare a due basi** è la parte di cerchio compresa fra due corde parallele.
- Per tre punti non allineati passa una sola circonferenza.
- In una stessa circonferenza a archi convessi congruenti corrispondono corde congruenti e viceversa.

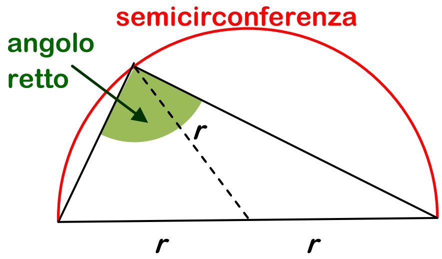


- **Retta esterna** a una circonferenza è una retta che non ha nessun punto in comune con la circonferenza; una retta esterna a una circonferenza ha distanza dal centro della circonferenza maggiore del raggio.
- **Retta tangente** a una circonferenza è una retta che ha in comune con la circonferenza un solo punto; la distanza di un retta tangente dal centro della circonferenza è uguale al raggio; il raggio condotto per il punto di tangenza è perpendicolare alla retta tangente.
- **Retta secante** una circonferenza ha con essa **due punti** in comune e la distanza tra la retta e O è minore del raggio.
- Due **circonferenze** sono **esterne** l'una all'altra se la distanza tra i loro centri O e O' è maggiore della somma dei loro raggi r e r' $(OO' > r+r')$, sono **tangenti esternamente** se la distanza tra i loro centri è uguale alla somma dei loro raggi $(OO' = r+r')$, sono **secanti** se la distanza tra i loro centri è minore della somma dei raggi e maggiore della loro differenza $(r-r' < OO' < r+r')$, sono **tangenti internamente** se la distanza tra i loro centri è uguale alla differenza tra i raggi $(OO' = r-r')$, sono **una interna all'altra** se la distanza tra i loro centri è minore della differenza tra i raggi $(OO' < r-r')$.



- Due circonferenze si dicono **concentriche** se hanno i centri coincidenti.
- **Corona circolare** è la parte di piano delimitata da due circonferenze concentriche.
- L'**angolo al centro** di una circonferenza è ogni angolo avente il vertice nel suo centro, ad esso corrisponde un arco e un settore circolare.
- In una circonferenza ad angoli al centro congruenti corrispondono archi congruenti e settori congruenti. L'ampiezza di un angolo al centro è proporzionale alla lunghezza dell'arco sul quale insiste l'angolo.

- **Angolo alla circonferenza** è un angolo con il vertice sulla circonferenza e i lati secanti (o tangenti) la circonferenza.
- Ad ogni angolo alla circonferenza corrisponde un solo arco sul quale insiste, viceversa ad ogni arco corrispondono infiniti angoli alla circonferenza tutti congruenti tra loro.
- Ogni angolo alla circonferenza è metà del corrispondente angolo al centro.
- Un qualsiasi triangolo inscritto in una semicirconferenza è un triangolo rettangolo con l'ipotenusa coincidente con il diametro e il vertice dell'angolo retto sulla semicirconferenza. Viceversa ogni triangolo rettangolo può essere inscritto in una semicirconferenza.
- In un triangolo rettangolo la mediana relativa all'ipotenusa è congruente alla metà dell'ipotenusa.



Formule

Il rapporto tra la circonferenza e il suo diametro è costante e corrisponde a un numero irrazionale chiamato pi greco π, usualmente approssimato alla seconda cifra decimale: 3,14.

	Formule dirette	**Formule inverse**
Lunghezza della circonferenza *C* *Ricorda che il diametro è il doppio del raggio*	$C = \pi \cdot d$ $C = 2\pi \cdot r$	$d = \frac{C}{\pi}$; $r = \frac{C}{2\pi}$
Lunghezza dell'arco l_a *Ricorda che la lunghezza dell'arco è proporzionale all'ampiezza del corrispondente angolo al centro*	$l_a : \alpha = C : 360°$ $l_a = \frac{C \cdot \alpha}{360°}$	$C = l_a \cdot \frac{C}{2\pi}$ $\alpha° = l_a \cdot \frac{360°}{C}$
Area del cerchio A_c	$A_c = \pi \cdot r^2$	$r = \sqrt{\frac{A_c}{\pi}}$
Area del settore circolare A_s *Ricorda che l'area del settore circolare è proporzionale all'ampiezza del corrispondente angolo al centro a*	$A_s : A_c = \alpha : 360°$ $A_s = A_c \cdot \frac{\alpha°}{360°}$	$A_c = A_s \cdot \frac{360°}{\alpha°}$ $\alpha = \frac{A_s}{A_c} \cdot 360°$
Area della corona circolare A_{cc} R è il raggio della circonferenza maggiore r il raggio della circonferenza minore	$A_{cc} = \pi\left(R^2 - r^2\right)$	$R^2 - r^2 = \frac{A_{cc}}{\pi}$

Poligoni inscritti e circoscritti

- Si dice che un **poligono è inscritto in una circonferenza** quando i suoi vertici appartengono tutti a quella stessa circonferenza.
  Ciò è possibile per tutti i triangoli: il centro della circonferenza circoscritta si chiama **circocentro** ed è il punto di incontro degli assi. I quadrilateri sono inscrivibili in una circonferenza solo se gli angoli opposti sono supplementari. Il rettangolo e il trapezio isoscele sono sempre inscrivibili in una circonferenza.
- Si dice che un **poligono è circoscritto a una circonferenza** quando tutti i suoi lati sono tangenti a quella stessa circonferenza.
  Ciò è possibile per tutti i triangoli: il centro della circonferenza inscritta si chiama **incentro** ed è il punto di incontro delle bisettrici. I quadrilateri sono circoscrivibili in una circonferenza quando sono uguali le somme dei lati opposti. Se un poligono è circoscritto a una circonferenza si può calcolarne l'area moltiplicando il semiperimetro per il raggio della circonferenza inscritta, detto anche **apotema**.
- Tutti i poligoni regolari sono inscrittibili e circoscrittibili.

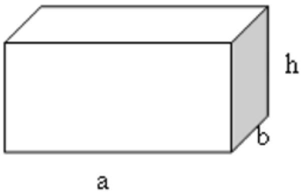
Figure solide

Cognome e nome: ____ classe: __________ data: ___________

1. Quale delle seguenti è la corretta Formula di Eulero che mette in relazione numero di vertici V, numero di facce F e numero di spigoli S di un poliedro qualsiasi?
A.V+F-S=0
B.V+F-S=2
C.V+F+S=0
D.V-F-S=2

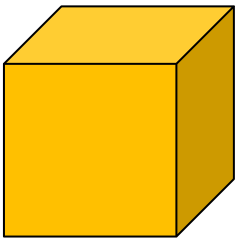
2. Un prisma è un poliedro che ha due facce
A.perpendicolari
B.che fanno da base
D.oblique congruenti
D.parallele e congruenti

3. Un parallelepipedo retto ha la base di lati a, b e altezza h, come in figura. Quale formula permette di calcolare la superficie laterale?
A.2(a+b+h)
B.2(a+b)·h
C.(a+b+c)·h
D.a·b·h



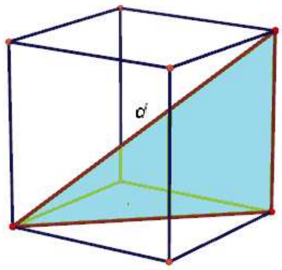
4. Quale delle seguenti formule permette di calcolare la diagonale di un parallelepipedo rettangolo di lati a, b, c?
A. $d = \frac{a+b+c}{3}$
B. $d = \sqrt{a^2+b^2+c^2}$
C. $d = \sqrt{a+b+c}$
D. $d = \frac{1}{2}\sqrt{a+b+c}$

5. Il cubo ha
A.8 facce quadrate
B. 8 facce rettangolari
C. 6 facce quadrate
D.4 facce quadrate e 2 rettangolari

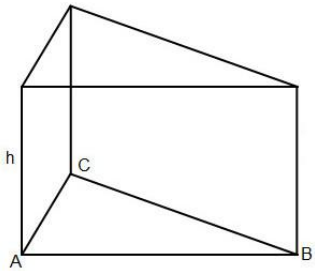


6. Quale delle seguenti formule permette di calcolare la superficie laterale di un cubo di lato x?
A.A_l=4x
B.A_l=8x
C.A_l=$4x^2$
D.A_l=$6x^3$

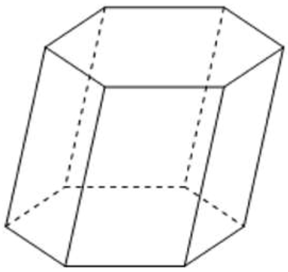
7. Quali delle seguenti formule relative a un cubo sono corrette?
A. $A_T = 6l^2$
B. $d = \sqrt{3l^2}$
C. $A_L = \frac{A_T}{A_B}$
D. $l = \frac{A_L}{4}$



8. Quali delle seguenti formule relative a un prisma retto sono corrette?
$2p_B$ indica il perimetro di base; h la misura dell'altezza; A_B l'area di base; A_L l'area laterale; A_T l'area totale.
A. $A_B = \frac{A_T - A_L}{2}$
B. $A_T = 2p_B \cdot h$
C. $A_T = A_B + A_L$
D. $h = \frac{A_L}{2p_B}$



9. Relativamente al poliedro in figura qual è il numero di vertici, spigoli, facce e angoli diedri?
A.vertici 12, spigoli 12, facce 8, diedri 8
B.vertici 6, spigoli 18, facce12, diedri 12
C.vertici 6, spigoli 12, facce 12, diedri 12
D.vertici 12, spigoli 18, facce 8, diedri 12



10. Due solidi si dicono equivalenti se hanno
A.la stessa superficie totale
B.la stessa superficie laterale
C.lo stesso volume
D.lo stesso perimetro

11. Il Principio di Cavalieri permette di stabilire quando due solidi sono
A.uguali
B.equivalenti
C.proporzionali
D.simili

12. 1 m^3=

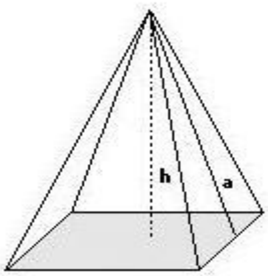
A. 1000 dm^3 B. 1000 cm^3
C. 1000 mm^3 D. 100 litri

13. Quale delle seguenti formule sul peso specifico è corretta?

A. $p_s = \frac{P}{V}$ B. $V = P \cdot p_s$
C. $P = \frac{V}{p_s}$ D. $p_s = \frac{V}{P}$

14. Quale delle seguenti formule permette di calcolare l'area della superficie laterale di una piramide retta? *2p* indica il perimetro di base della piramide, *h* indica l'altezza, *a* indica l'apotema

A. $A_L = \frac{2p}{a}$
B. $A_L = \frac{1}{2} \cdot 2p \cdot a$
C. $A_L = \frac{2p}{3 \cdot a} \cdot h$
D. $A_L = \frac{1}{2} \cdot 2p \cdot a^2$



15. Quale delle seguenti formule permette di calcolare il volume V di una piramide di cui si conosce l'area di base A_b e l'altezza *h*.

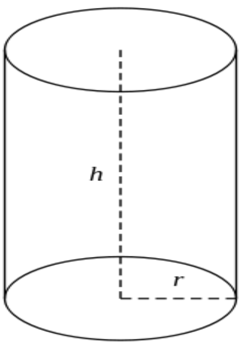
A. $V = A_b \cdot h$ B. $V = \frac{2 \cdot A_b}{h}$
C. $V = \frac{1}{3} \cdot A_b \cdot h$ D. $V = \frac{2}{3} A_b \cdot h$

16. Quali dei seguenti poliedri possono essere regolari?

A. tetraedro
B. cubo
C. parallelepipedo
D. piramide a base quadrata
E. icosaedro

17. Quale delle seguenti formule permette di calcolare il raggio di base *r* di un cilindro, conoscendo le misure dell'area laterale A_l e dell'altezza *h*?

A. $r = 2\pi A_L \cdot h$
B. $r = 2\pi rh$
C. $r = \frac{2\pi h}{A_L}$
D. $r = \frac{A_L}{2\pi h}$



18. Il cono può essere generato da una rotazione completa

A. di un qualsiasi triangolo attorno a un lato
B. di un triangolo equilatero attorno a un lato
C. di un triangolo rettangolo attorno all'ipotenusa
D. di un triangolo rettangolo attorno a un cateto

19. Ruotando un triangolo rettangolo attorno all'ipotenusa si ottiene

A. un cono
B. un cilindro
C. un doppio cono
D. un cono privato di un altro cono

20. Ruotando un trapezio rettangolo attorno alla base maggiore si ottiene

A. un cilindro
B. un cono e un cilindro
C. un cilindro privato di un cono
D. una piramide

21. Un cubo di spigolo di 12cm ha

A. diagonale 20,78cm; superficie totale 864cm^2; volume 1728cm^3
B. diagonale 24cm; superficie totale 144cm^2; volume 1728cm^3
C. diagonale 12,78cm; superficie totale 576cm^2; volume 1440cm^3
D. diagonale 16,78cm; superficie totale 72cm^2; volume 1244cm^3
E. diagonale 16,97cm; superficie totale 576cm^2; volume 864cm^3

22. Quante volte un cubo di 6cm di spigolo è contenuto in un parallelepipedo di lati 12cm, 24cm e 18cm?

A. 12 B. 16
C. 24 D. 144

23. Un cubo di argilla (ps=1,5) ha la superficie totale di 1287cm^2, il suo peso è circa

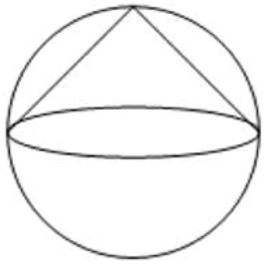
A. 47 kg B. 3144 g
C. 385 kg D. 38,5 kg
E. 4,7 kg

24. Un blocco di ghiaccio (peso specifico 0,91) ha la forma di un cilindro, di diametro di base 12 cm e altezza 8 cm. Quanto pesa circa?

A. 741 g B. 823 g
C. 1,14 kg D. 904 g
E. 1,73kg

25. Un soprammobile è stato ottenuto a partire da una sfera di vetro (ps=2,5) asportando da una delle due semisfere una parte di vetro fino a ottenere un cono come in figura. L'oggetto si compone quindi di una semisfera e di un cono. Sapendo che il diametro della sfera è di 12cm, calcola il volume dell'oggetto.

A. 1037,12 cm^3
B. 127,13 cm^3
C. 826,37 cm^3
D. 678,24 cm^3
E. 526,14 cm^3



26. Relativamente al solido della domanda precedente costituito da una semisfera e da un cilindro, se il raggio della sfera da cui è ottenuto è R, quanto vale il suo volume?

A. πR^3
B. $\frac{3}{7}\pi R^3$
C. $\frac{2}{3}\pi R^3 + \frac{1}{3}\pi R^2 + 2\pi R$
D. $\frac{1}{2}\left(\frac{4}{3}\pi R^3 + \frac{1}{3}\sqrt{2}\pi R^3\right)$

27. Relativamente alla domanda precedente calcola la superficie totale del solido costituito dalla semisfera e dal cono (il raggio della sfera misura 12cm).

A. 326 cm^2
B. 386 cm^2
C. 412 cm^2
D. 436 cm^2
E. 448 cm^2

1.RISPOSTA: B
2.RISPOSTA: D
3.RISPOSTA: B
4.RISPOSTA: B
5.RISPOSTA: C
6.RISPOSTA: C
7.RISPOSTA: A, B
8.RISPOSTA: A, D
9.RISPOSTA: D
10.RISPOSTA: C
11.RISPOSTA: B
12.RISPOSTA: A
13.RISPOSTA: A
14. RISPOSTA: B
15.RISPOSTA: C
16.RISPOSTA: A, B, E
17.RISPOSTA: D
18.RISPOSTA: D
19.RISPOSTA: C
20.RISPOSTA: B
21.RISPOSTA: A
22. RISPOSTA: C
COMMENTO: Il lato del cubo è contenuto 2 volte in lunghezza, 4 volte in larghezza e 3 volte in larghezza, il cubo è contenuto 2x4x3=24 volte.
23.RISPOSTA: E
COMMENTO: Dalla superficie totale dividi per 6 e ottieni la superficie di una faccia del cubo 1287:6=214,5. La radice quadrata dà il lato del cubo 14,65. Per il volume eleva al cubo il lato 3144,22. Per calcolare il peso moltiplica volume per peso specifico 4716,33 che è la misura in grammi, dividendo per 1000 ottieni il peso in kg.
24.RISPOSTA:B
COMMENTO: Occorre calcolare il volume del cilindro: superficie di base = 3,14xR^2= 113,04 moltiplicato per l'altezza=904,32. Moltiplicando volume per peso specifico si ottiene il peso: 822,9.
25.RISPOSTA: D
COMMENTO: Volume della sfera 4/3 x 3,14 x R^3=904,32. Dividendo per 2 si ha il volume della semisfera 452,16. Volume del cono 1/3 x 3,14 x r^2 x h (tenendo conto che l'altezza del cono coincide con il raggio del sfera) = 226,08. Sommando i due volumi si ha 678,24.
26.RISPOSTA: A
COMMENTO: Dalle formule della domanda precedente si ha che il volume della semisfera è più il volume del cono è $\frac{2}{3}\pi R^3 + \frac{1}{3}\pi R^3 = \pi R^3$.
27.RISPOSTA: B
COMMENTO: Calcolare l'apotema del cono (raggio per radice di 2) a = 8,49. Calcolare la superficie laterale del cono 3,14 x R x a = 159,95. Calcolare la superficie della semisfera 4x3,14xR^2 : 2 = 226,08. Sommando le due superfici 159,95+226,08=386,03.